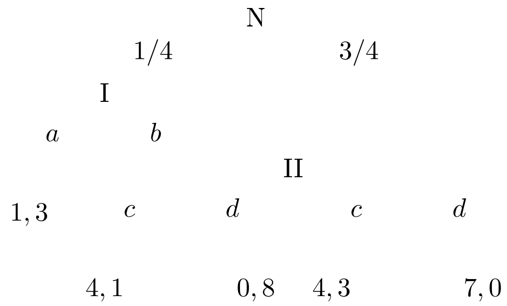
Práctica 3: Todos Contra Todos

---

1. Pasar el siguiente juego a la forma normal:



2. Hallar los niveles de seguridad, las estrategias maximin, y equilibrios de Nash puros en los siguientes juegos:

$$\begin{pmatrix} (1,1) & (5,0) \\ (0,5) & (4,4) \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} (3,10) & (1,5) \\ (2,0) & (4,20) \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} (1,4) & (4,1) \\ (2,2) & (3,3) \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} (0,0) & (0,-1) \\ (1,0) & (-1,3) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (0,0) & (1,2) & (2,0) \\ (0,1) & (2,0) & (0,1) \end{pmatrix}$$

3. Hallar todos los equilibrios de Nash (puros y mixtos) del juego

$$\begin{pmatrix} (3,4) & (2,3) & (3,2) \\ (6,1) & (0,2) & (3,3) \\ (4,6) & (3,4) & (4,5) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} (3,-4) & (2,-1) & (0,6) & (1,1) \\ (2,0) & (2,2) & (-3,0) & (1,-2) \\ (2,1) & (-5,1) & (-1,-1) & (1,-3) \\ (-4,3) & (3,5) & (1,2) & (-3,1) \end{pmatrix}$$

4. Xérez y Yérez comienzan la última parte de un programa de TV con \$400 y \$500 resp. Ambos deben decidir si pasar o apostar, sin saber la elección del otro. Si uno pasa, conserva la plata que tiene. Si Xérez apuesta, gana \$200 más, ó pierde los \$400 con probabilidad 1/2. Si Yérez apuesta, gana o pierde \$200 con probabilidad 1/2. El participante con más plata al final gana otros \$400.

   Dibuje el árbol de Kuhn, plantee el juego en forma estratégica, y encuentre los niveles de seguridad.

5. Dibuje el árbol y resuelva por inducción hacia atrás. Plantee el juego en forma estratégica:

   Pere Lluis Borgia: Un día de estos voy a cortarle las narices[1] a Orsini.
   Rodrigo Borgia: Mejor córtale la cabeza. Si le cortas las narices buscará vengarse.

6. **El Gallina, (J. Dean, Rebelde sin Causa):** dos jugadores corren uno hacia el otro, y chocarán si no dobla alguno. Si ambos doblan a la vez, ganan 1 cada uno. Si uno dobla, pierde 1 y el otro gana 2. Si no doblan, pierden $a > 2$.

---

[1] Dijo 'cojones', pero conviene para que las estrategias queden N-C en lugar de C-C

a) Plantear la matriz de pago.

b) Hallar los niveles de seguridad, las estrategias maximin, y el pago promedio si las utilizan.

c) Hallar los equilibrios de Nash.

d) Suponga que aún eligiendo doblar, hay una probabilidad p de que el jugador siga. Analizar este juego.

7. **Halcones y Palomas:** hallar los equilibrios de Nash en el siguiente juego:

$$\begin{pmatrix} (1,1) & (0,3) \\ (3,0) & (-4,-4) \end{pmatrix}$$

8. **Cazando cornudos (llamado así por J-J Rousseau):** hallar los equilibrios de Nash en el siguiente juego:

$$\begin{pmatrix} (2,2) & (1,0) \\ (0,1) & (4,4) \end{pmatrix}$$

9. Analizar el siguiente juego en función de $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\begin{pmatrix} (0,0) & (b,a) \\ (a,b) & (1,1) \end{pmatrix}$$

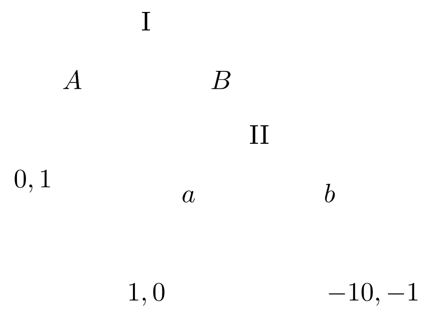
Se puede recuperar algunos de los juegos de los ejercicios anteriores (gallina, halcones y paloma, cornudos, dilema del prisionero) ?

10. Un equilibrio de Nash con estrategias puras es un *equilibrio perfecto para subjuegos* si en cada vértice del árbol, el vector restringido al subjuego que comienza en ese vértice es un equilibrio de Nash puro. Si el juego es de información perfecta, un *equilibrio perfecto para subjuegos* se encuentra por inducción hacia atrás.

a) Resolver el siguiente juego por inducción hacia atrás.

b) Pasarlo a forma estratégica.

c) Hallar otro equilibrio de Nash puros y verificar que no es un equilibrio perfecto para subjuegos.



11. Encuentre todos los equilibrios de Nash en los siguientes juegos. De los simétricos, determine cuáles son evolucionariamente estables.

$$\begin{pmatrix} (4,4) & (2,5) \\ (5,2) & (3,3) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} (4,4) & (3,2) \\ (2,3) & (5,5) \end{pmatrix}$$

12. Dos leones ven tres antílopes y se lanzan a cazar uno. Si ambos cazan el mismo, lo comparten. Si los antílopes tienen un valor l, m y s, escriba la matriz del juego. Suponga que $l > m > s$, $l < 2m$, y
$$\frac{l}{2}\left(\frac{2l-m}{l+m}\right) + m\left(\frac{2m-l}{l+m}\right) < s.$$
Hallar los equilibrios puros y el equilibrio mixto simétrico.

13. En cierta pescaderia es de conocimiento público que un pescado a la venta es fresco con probabilidad $2/3$. También se sabe que el vendedor no es completamente honesto: sabe perfectamene si tal pescado es fresco o no pero si un pescado es viejo puede decir que es fresco (en cambio si es fresco, nunca dice que es viejo). Hay un pescado en el mostrador. Un cliente llega y pregunta si es fresco. El vendedor le contesta y luego el cliente elige comprar o no. Los pagos son:

    a) para el cliente: si no compra gana 0. Si compra gana 3 si el pescado es fresco, -12 sino.
    b) para el vendedor: gana 6 si vende. Si no vende, gana 0 si el pescado es fresco, -6 sino. Además si el pescado es viejo pero dice que es fresco y el cliente compra, pierde \$$R$ de reputación.

    Hallar los equilibrios de Nash y las estrategias óptimas en término de R.

14. **(*) Cournot y Stackelberg**

    a) Supongamos que en el modelo de Cournot las firmas tienen distintos costos de producción, sean c_1 y c_s los costos unitarios de cada una, amobs valores menores que $a/2$. Hallar el equilibro de Cournot.
    b) Extender el modelo de Cournot a tres firmas, que producen q_i y tienen el mismo costo unitario de producción c. El precio de venta es $P(Q) = (a - Q)^+$, donde $Q = q_1 + q_2 + q_3$. ¿Cuál es el equilibrio?
    c) En el duopolio de Cournot, suponga que el precio es
    $$P(Q) = \begin{cases} \frac{1}{4}Q^2 - 5Q + 26 & 0 \leq Q \leq 10 \\ 1 & Q \geq 10 \end{cases}$$
    Tienen el mismo costo unitario de producción 1, y la producción $q_i \in [0, 10]$.
        i) Hallar la producción si fuese un monopolio y calcule la ganancia.
        ii Demuestre que si $q_2 = 5/2$, entonces $u_1(q_1, 5/2)$ se maximiza en $5/2$. Demuestre que esto implica que $q_1 = q_2 = 5/2$ es un equilibrio para el duopolio.
    d) Extender el modelo de Stackelberg a tres firmas que tienen el mismo costo unitario de producción c. La firma I anuncia su producción q_1. Luego, II anuncia q_2, y III anuncia q_3. El precio de venta es $P(Q) = (a - Q)^+$, donde $Q = q_1 + q_2 + q_3$. ¿Cuál es el equilibrio?